SUBIECTUL II (30p) – Varianta 088

1. În $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$ şi $B=I_3+A$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $A\cdot B$.

5p **b)** Să se calculeze A^2+A^3, unde $A^2=A\cdot A$ şi $A^3=A^2\cdot A$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ şi $A\cdot X=X\cdot A$, atunci există numerele reale a,b,c astfel încât $X=\begin{pmatrix}a&b&c\\0&a&b\\0&0&a\end{pmatrix}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+aX^2+bX+c$, cu $a,b,c\in\mathbb{R}$ având rădăcinile $x_1,\ x_2,\ x_3\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine numărul real c ştiind că $f(1)+f(-1)=2a+1$.

5p **b)** Ştiind că $a=-3,\ b=1,\ c=1$, să se determine rădăcinile reale ale polinomului f.

5p **c)** Să se exprime în funcţie de numerele reale a, b, c determinantul $D=\begin{vmatrix}x_1&x_2&x_3\\x_2&x_3&x_1\\x_3&x_1&x_2\end{vmatrix}$.